[21-BS 532-6A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER **(CBCS PATTERN)**

MATHEMATICS – V-6(A) – **NUMERICAL METHODS**

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

UG PROGRAM (4 YEARS HONORS)

(w.e.f. Admitted Batch 2020-21)

Time: 3 Hours | Maximum: 75 marks

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

1. Prove that $\Delta \log f(x) = \log\left[1+\frac{\Delta f(x)}{f(x)}\right]$

   $\Delta \log f(x) = \log\left[1+\frac{\Delta f(x)}{f(x)}\right]$ అని చూపండి.

2. Given $y_{20}=24$, $y_{24}=32$, $y_{28}=35$, $y_{32}=40$, find y_{25} by Bessel's formula.

   $y_{20}=24$, $y_{24}=32$, $y_{28}=35$, $y_{32}=40$ అయితే బెస్సెల్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి y_{25} ని కనుక్కోండి.

3. Find $\frac{dy}{dx}$ at $x=5$ from the following table:

x	2	4	9	10
y	4	56	711	980

   పై పట్టికను ఉపయోగించి, $x=5$ వద్ద $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

4. Evaluate $\int_{-3}^{3} x^4\,dx$ by using Simpson's 1/3 rule.

   సింప్సన్ 1/3 సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $\int_{-3}^{3} x^4\,dx$ ను గణించండి.

5. Solve $\frac{dy}{dx}=x-y$, $y(0)=1$ by Picard's method, upto four approximations.

   సమీకరణం $\frac{dy}{dx}=x-y$, $y(0)=1$ అయినప్పుడు పికార్డ్స్ పద్ధతిని ఉపయోగించి నాల్గవ ఉజ్జాయింపు సాధనను కనుక్కోండి.

6. Show that

   (a) $(1+\Delta)(1-\nabla)=1$

   (b) $\nabla-\Delta=\Delta\nabla$ అని చూపండి.

7. Using Lagrange's interpolation formula, find the value of y at $x=4$.

x	0	1	2	5
$f(x)$	2	5	7	8

   పై పట్టికను ఉపయోగించి లెగ్రాంజి అంతర్వేశన సూత్రాన్ని $x=4$ వద్ద y ను గణించండి.

8. Using Taylor's series method, solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$ for $x=0.4$ given that $y=0$ when $x=0$.

   $y=0$, $x=0$ అయినప్పుడు టేలర్ శ్రేణి పద్ధతిని ఉపయోగించి, ప్రారంభ మూల్య సమస్య $\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$ సాధనను $x=0.4$ వద్ద కనుక్కోండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL questions.

9. (a) State and prove Newton-Gregory formula for forward interpolation with equal intervals.

   న్యూటన్–గ్రెగోరీ పురోగమన అంతర్వేశన సూత్రాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

   Or

   (b) Using Newton's formula for interpolations, estimate the population for the year 1905.

Year (x) సం॥ (x)	1891	1901	1911	1921	1931
Population (in thousands) జనాభా (వేలలో)	98	132	168	195	246

   పై పట్టికలోని న్యూటన్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి 1905 సంవత్సరపు జనాభాను అంతర్వేశన అంచనా వేయండి.

10. (a) Use Stirling formula to find y_{35}, given that $y_{20}=512$, $y_{30}=439$, $y_{40}=346$ and $y_{50}=243$.

   $y_{20}=512$, $y_{30}=439$, $y_{40}=346$ మరియు $y_{50}=243$ అయినప్పుడు స్టిర్లింగ్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి y_{35} విలువను కనుక్కోండి.

   Or

(b) Using Newton's divided difference formula, find the value $f(8)$ and $f(15)$ from the following table:

x	4	5	7	10	11	13
$f(x)$	48	100	294	900	1210	2028

పై పట్టిక నుండి న్యూటన్ విభాజిత భేద అంతర్వేశన సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $f(8)$ మరియు $f(15)$ విలువలను, కనుక్కోండి.

11. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 1.5$ using the given table.

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	3.375	7.000	13.625	24.000	38.875	59.000

పై పట్టికను ఉపయోగించి $x = 1.5$ వద్ద $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ లను కనుక్కోండి.

Or

(b) From the following table, find the value of x for which y is minimum. Also find this value of y.

x	0.60	0.65	0.70	0.75
y	0.6221	0.6155	0.6138	0.6170

పై పట్టిక నుంచి x ను y కనిష్ఠమయ్యేట్లుగా నిర్ణయించి y యొక్క ఈ విలువను కనుక్కోండి.

12. (a) Evaluate the integral $I = \int_4^{5.2} \log x \, dx$, using Weddle's Rule.

వెడల్స్ నియమాన్ని ఉపయోగించి $I = \int_4^{5.2} \log x \, dx$ ను గణించండి.

Or

(b) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ using Euler-Maclaurin's formula.

ఆయిలర్–మెక్లారిన్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ ను గణించండి.

13. (a) Given $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$ with $y(0) = 1$, find y for $x = 0.1$ in 4 steps by Euler's method.

ఇచ్చిన ప్రారంభ మూల్య సమస్య $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$, $y(0) = 1$ ను ఆయిలర్ పద్ధతిని ఉపయోగించి $x = 0.1$ దగ్గర నాలుగు అంచెలలో y ను కనుక్కోండి.

Or

(b) Given $\frac{dy}{dx} = y - x$ with $y(0) = 2$, find $y(0.1)$ using Runge-Kutta method.

$\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(0) = 2$ అయితే, రంగె–కుట్టా పద్ధతిని ఉపయోగించి $y(0.1)$ విలువను కనుక్కోండి.

JANUARY-2024

SEMESTER-V,

FINAL EXAMINATION PAPER.